

2. Dynamika hmotného bodu

Anotace:

2. Dynamika hmotného bodu.

Newtonovy zákony. Síly působící při známém druhu pohybu. Pohybová rovnice hmotného bodu, vrhy, harmonický pohyb. Inerciální a neinerciální soustavy souřadné, zdánlivé síly, síla Coriolisova a odstředivá.

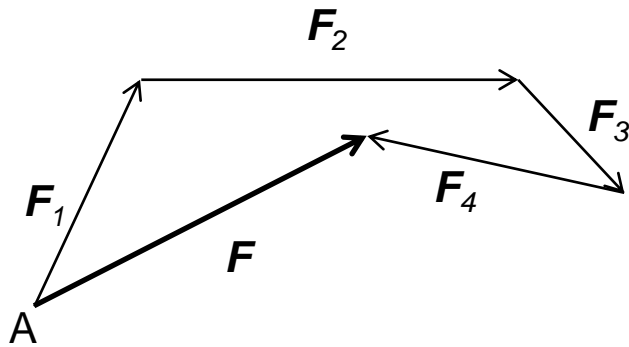
- Dynamika zkoumá **příčiny pohybu a vzájemné působení těles**, které vede k pohybu
- Nová veličina: **síla**, F [N], vektorová veličina, je mírou vzájemné interakce (působení) těles, která vede ke změnám pohybu nebo deformaci
- Pohyb je důsledkem vzájemného působení těles – projevuje se silami
- Síly **skutečné (pravé)** – vyvolané vzájemným působením těles
Síly **setrvačné** („zdánlivé“) – vyvolány zrychleným pohybem vztažných soustav

Síla

- Pokus s pružinou: ...

Skládání sil – princip superpozice:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4$$



- Síla je určena velikostí, směrem a působištěm (vektor vázaný na bod)
- Pohybové účinky několika současně působících sil jsou stejné jako účinek jediné síly dané jejich vektorovým součtem (plyne ze zkušenosti)

Síla – základní druhy silových interakcí

gravitační interakce

$$F \sim mM / r^2$$

(projevuje se univerzálně mezi všemi typy hmotných objektů)

elektromagnetická interakce

$$F \sim Q_1 Q_2 / r^2$$

(předpokladem je existence el.náboje)

slabá interakce

(projevuje se u všech typů elementárních částic)

silná interakce

(má souvislost s jadernými silami)

Typ interakce	Dosah [m]	Relativní síla
gravitační interakce	∞	10^{-38}
elektromagnetická interakce	∞	10^{-2}
slabá interakce	10^{-18}	10^{-13}
silná interakce	10^{-15}	1

Newtonovy zákony – elementární formulace

1. **Zákon setrvačnosti** (Galileo): Každé těleso setrvává ve stavu klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, není-li vnějšími silami (tj. působením jiných těles) nuceno tento stav změnit.

2. **Zákon síly**: Síla působící na těleso je úměrná součinu jeho hmotnosti a zrychlení, které mu uděluje

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

3. **Zákon akce a reakce**: Vzájemná silová působení dvou různých těles jsou stejně veliká a opačně orientovaná

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

(Každá akce vyvolává okamžitou stejně velkou reakci opačného směru)

Pozn: síly akce a reakce působí mezi různými tělesy, přitom nezávisí na způsobu, jakým na sebe tělesa působí nebo zda se pohybují.

Pozn.: rovnice $F = ma$ zavádí 2 nové veličiny, F a m , a kromě toho ani nevíme, vůči jaké s.s. máme a odečítat

Setrvačnost – odpor proti změně pohybového stavu, m = setrvačná hmota

Newtonovy zákony - důsledky

- 1. zákon určuje **inerciální soustavy**, jedná se o celou třídu s.s., vůči nimž je volný *h.b.* v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře. V těchto soustavách měříme zrychlení!
- 2. zákon umožňuje **stanovit hmotnosti** těles (způsob měření hmotnosti)

$$F = m_1 a_1 = m_2 a_2 \quad \text{tedy pro velikosti: } \frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

m - hmotnost setrvačná

- Tímto je definována síla **F** na levé straně pohybové rovnice, stačí zvolit referenční hmotnost (etalon)

Hybnost:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

(charakterizuje okamžitý pohybový stav tělesa –
míra pohybového stavu)

Původ sil?

Definice síly?

Př. inerciálních soustav:

- spojené se stálicemi ?
- satelit na oběžné dráze ?
- padající výtah v homogenním gravitačním poli ? → LIS

Newtonovy zákony – základní formulace

- 1. Zákon setrvačnosti** (definice ISS): Nepůsobí-li na těleso vnější fyzikální vlivy (tj. žádné pravé síly, popř. výslednice pravých sil je nulová - tzv. volná částice), pak soustava souřadná, vůči níž je těleso v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, je **soustava inerciální**.
- 2. Zákon síly:** časová změna hybnosti tělesa je rovna výslednici vnějších sil, které na těleso působí
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$
- 3. Zákon akce a reakce:** Vzájemná silová působení dvou různých těles jsou stejně veliká a opačně orientovaná,
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Galileův princip relativity:

Zákony mechaniky mají stejný tvar ve všech inerciálních souřadných soustavách

- Z hlediska klasické mechaniky jsou všechny inerciální soustavy **rovnocenné**, tj. žádná s.s. není privilegovaná (žádným fyzikálním pokusem nelze najít privilegovaný systém, libovolný pokus dá ve všech *i.s.s.* stejný výsledek)
- V Newtonovské mechanice jsou prostor a čas absolutní veličiny (nezávisí na pozorovateli, na pohybu); hmotnost m je konstanta nezávislá na volbě s.s.

Newtonovy zákony

Síly, o kterých se v Newtonových zákonech hovoří, jsou tzv. **silami pravými** (skutečnými). Tyto síly mají svůj původ ve **vzájemném působení** hmotných objektů, řídí se **principem akce a reakce** a **principem superpozice**

Předpokládá se, že síla vyvolaná hmotným bodem α působí na bod β **okamžitě** a že tyto síly jsou silami **centrálními**, tj. že působí podél spojnice bodů α a β .

Newtonovy zákony platí pouze **pro tělesa, která můžeme nahradit modelem hmotného bodu.**

Na tělesa mohou působit i tzv. **zdánlivé síly**, které jsou vyvolány zrychleným pohybem vztažných soustav a které jsou nulové pouze v tzv. **inerciálních** souřadných soustavách

Síly při různých druzích pohybu

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

prp, prz: ...

Harmonický pohyb:

$$\mathbf{F} = -m\omega^2(x - x_0) = -k\Delta x, \quad k = m\omega^2$$

Rovnoměrný kruhový pohyb:

$$\mathbf{F}_d = -m\omega^2 \mathbf{r}_0 = -m\omega^2 R \mathbf{r}_0 / |\mathbf{r}_0|$$

Nerovnoměrný kruhový pohyb:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_d = m\mathbf{a}_t + m\mathbf{a}_n$$

Tíhová síla:

$$\mathbf{G} = m_G \mathbf{g}, \quad \text{tíhové zrychlení } g = 9,80665 \text{ ms}^{-2} \text{ (přesně)}$$

- všechna tělesa padají se stejným zrychlením (Galileo), tj. $\mathbf{G} \sim m_G$

- tíhová hmota, 3.N.Z.:

$$\boxed{\frac{m_{1G}}{m_{2G}} = \frac{G_1}{G_2}}$$

princip ekvivalence: $m_S = m_G$ (v klas. fyzice experimentální fakt, Eötvös)

Síly tření – působí proti pohybu:

Smykové tření: $T_t = f \cdot F_n$ f – součinitel smykového tření, F_n – normálová síla

Valivé tření: $T_v = \mu \cdot F_n / R$ μ – součinitel valivého tření, R – poloměr válce

Odpor prostředí: $\mathbf{F}_V = -k \mathbf{v}$ \mathbf{v} – rychlost tělesa, $k > 0$ (pozn. $F_V = -kv^2$)

Newtonovy pohybové rovnice - nejdůležitější část Newtonovské klasické mechaniky

Pohyb v ISS:

Pohybové rovnice:
(Newtonovy)

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$
$$F_i = m \frac{d^2 x_i}{dt^2}, \quad i = 1, 2, 3$$

3 pohybové rovnice
Diferenciální rovnice 2. řádu
**Lineární rce \Rightarrow princip
superpozice**

$$F_i = f(t, x_1, x_2, x_3, \frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \frac{dx_3}{dt}, \dots)$$

Počáteční podmínky

$$\vec{r}(t_0) = (x_0, y_0, z_0)$$

$$\vec{v}(t_0) = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$$

- určení pohybu, jsou-li známy síly (silové pole)
- určení sil, je-li popsán pohyb (trajektorie), tj. $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$

Determinismus klasické mechaniky – jsou-li zadány počáteční podmínky, je pohyb *h.b.* v daném silovém poli jednoznačně určen.

Newtonovy pohybové rovnice – příklady

$$F_i = m \frac{d^2 x_i}{dt^2}, i = 1, 2, 3$$

1. Pohyb v homogenním gravitačním poli (šikmé vrhy): $F = (0, -mg, 0)$

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = 0, \quad m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -mg, \quad m \frac{d^2 x_3}{dt^2} = 0$$

2. Harmonický pohyb: $F = -kx$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx, \quad \text{Řeš.: } x = A \sin(\omega t + \alpha), \text{ kde } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

3. Pohyb při odporu prostředí: $F = -k\mathbf{v} = -k d\mathbf{r}/dt$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kv, \quad \text{Řeš.: } v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}, \quad x = \frac{mv_0}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

Další příklady:

pro odpor prostředí $F = -kv^2$

Lorentzova síla

lehká kladka - viz další strana

kulička ve viskózní kapalině: $m\ddot{x} = -mg - k\dot{x} \Rightarrow$ konečná rychlost: $v = -\frac{mg}{k}$

Newtonovy pohybové rovnice – příklady

Kladka

- nehmotné kladky, nehmotné závěsy, tělesa hmotnosti m_1 a m_2 , platí $m_1 > m_2$
- pohyb v jednom směru → skalární značení
- těžší těleso klesá → kladný směr zrychlení a
- tahová síla vlákna F

$$m_1 g - F = m_1 a$$

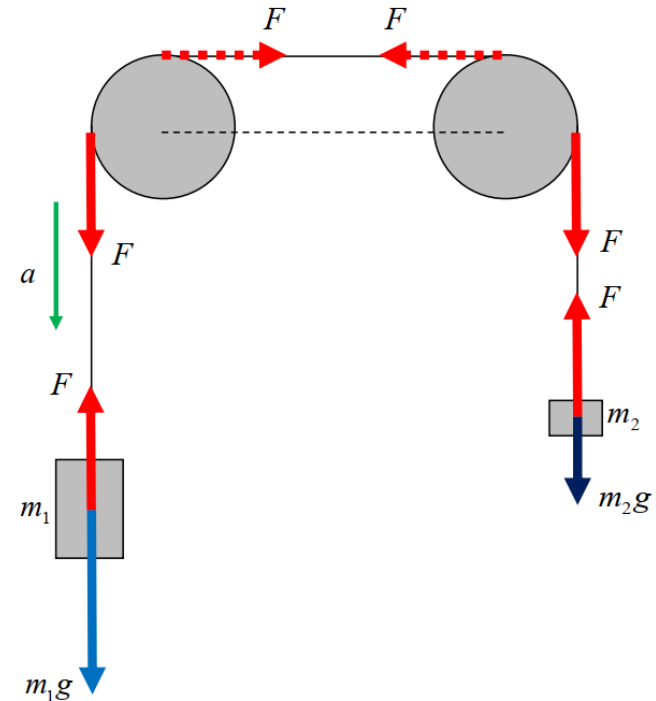
$$m_2 g - F = -m_2 a$$

$$a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

$$F = 2g \mu_r \quad \text{kde } \mu_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \dots \text{ redukovaná hmotnost}$$

pozn.:

na závěs každé z kladek působí síla F ; při pohybu dolů je zdánlivá hmotnost F/g tělesa pohybujícího se zrychleně menší a při pohybu nahoru větší než skutečná hmotnost tělesa m_i



Pohyb v **inerciální** a neinerciální soustavě

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R} \quad \text{kde } d\vec{R} / dt = \vec{u}, \quad \vec{u} \text{ unášivá rychlost}$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u} \quad (\text{adiční teorém rychlostí})$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_u$$

1. $u = \text{konst.}$, tj. $R = u.t$, $a_u = 0$ potom

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t} \quad \dots \text{ Galileova transformace } \Rightarrow 1$$

$$a = a', \quad F = m a = F'$$

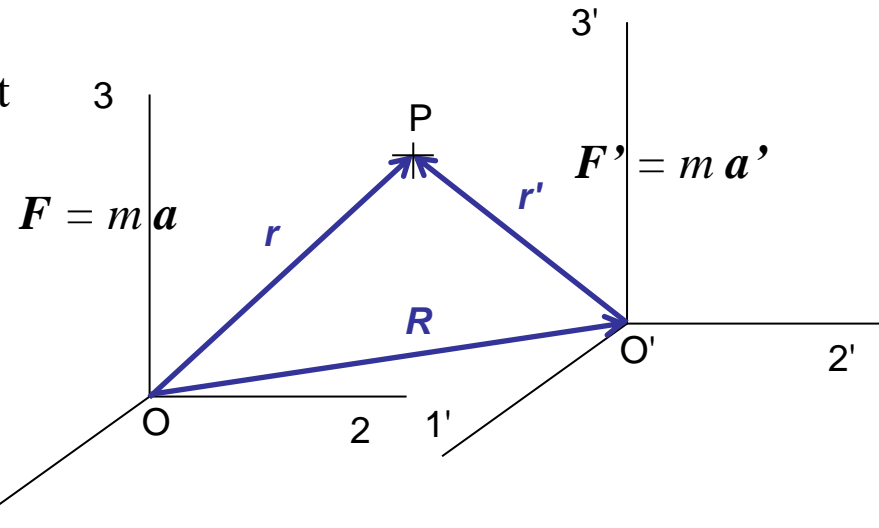
Newtonova pohybová rce má stejný tvar ve všech ISS (je invariantní vůči Galileově transformaci), zrychlení a síly jsou v obou ss stejné – Galileho princip relativity

\Rightarrow Zákony mechaniky jsou stejné ve všech ISS - rovnice mají stejný tvar

(nelze rozhodnout, zda je bod v klidu nebo v prp - pohyb je relativní)

\Rightarrow Všechny i.s.s. jsou rovnocenné: tj. výsledky měření jsou ve všech ISS shodné, žádná ISS není preferovaná! Jinak řečeno:

Zákony klas.mechaniky jsou invariantní vůči Galileiho transformaci.



Pohyb v inerciální a **neinerciální** soustavě

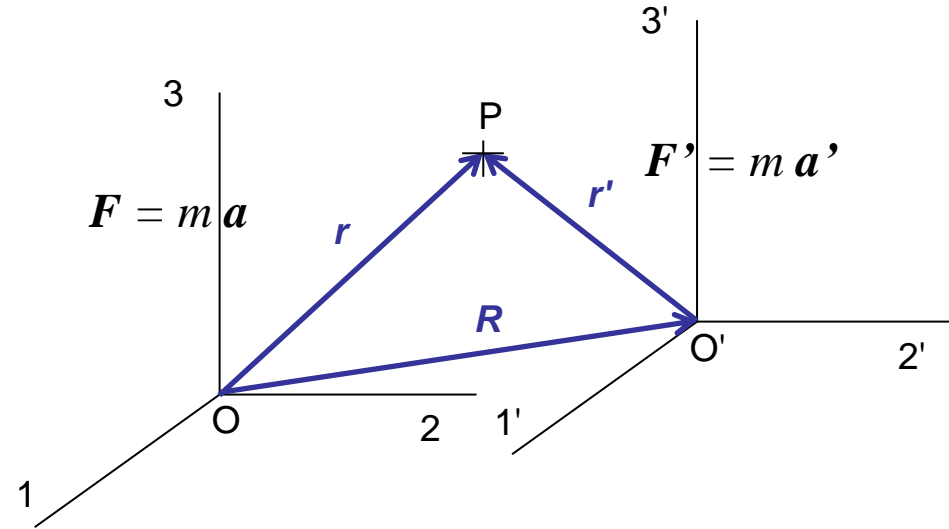
2. $a_u \neq 0$ (zrychlená s.s.)

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}' + \mathbf{a}_u$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = \underbrace{m\mathbf{a}'} + \underbrace{m\mathbf{a}_u} = \mathbf{F}' + m\mathbf{a}_u \text{ tedy}$$

$$\mathbf{F}' = \mathbf{F} - m\mathbf{a}_u$$

$$\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}^*, \quad \text{kde } \vec{F}^* = -m\vec{a}_u$$



kde $\mathbf{F}^* = -m\mathbf{a}_u$ je **setrvačná síla** (někdy též „zdánlivá nebo fiktivní síla“)

\mathbf{F}^* - není pravá síla, je geom.původu a nemá původ ve vzájemném působení těles, ale v pohybu s.s.

- **neexistuje reakce k této síle**

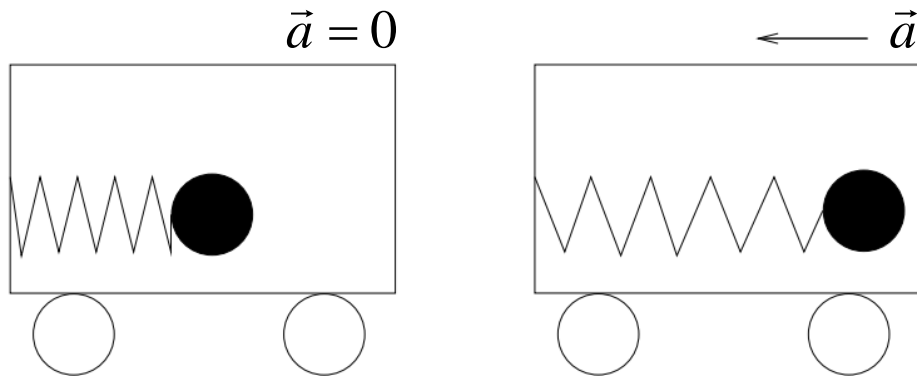
- **účinkem setrvačných sil se pohybují všechna tělesa se stejným zrychlením, $\mathbf{F}^* \sim m$**

Důsledky:

a) **v NSS neplatí 2.N.Z. (a obecně zákony mechaniky) v základním tvaru** - v NSS je třeba kompenzovat zrychlení soustavy doplněním setrvačné síly

b) řešení úloh: buď pracovat důsledně v ISS nebo zavedením setrvačných sil přejít do NSS
př. ...kulička na pružině ve zrychlené s.s. (vagon, kolotoč), Newton – pokus s vědrem 13

Ilustrační příklad - zrychlený pohyb vozíku



1. Z hlediska ISS působí pružina (vazba) na kouli takovou silou, aby ji udělila stejné zrychlení jako má vozík. Tato síla je **skutečná** a je **akcí**. Podle 3.NZ působí koule na pružinu stejně velkou, ale opačně orientovanou silou. Tato síla způsobí natažení pružiny, je rovněž **skutečná** a je **reakcí**.

2. Z hlediska NSS pozorovatele spjatého s vozíkem **natažení pružiny způsobí setrvačná síla**, která indikuje, že soustava souřadná spjatá s vozíkem je neinerciální. Tato síla je **kompensována natažením pružiny**, tj. **skutečnou silou**, která působí rovněž na stejné těleso - kouli. **Nelze tedy hovořit o akci a reakci.**

Kdy mluvíme o setrvačné síle jako o „zdánlivé, fiktivní“ ?

Může se setrvačná síla projevat stejně reálně jako pravé síly?

Jak “zrušíme” gravitaci?

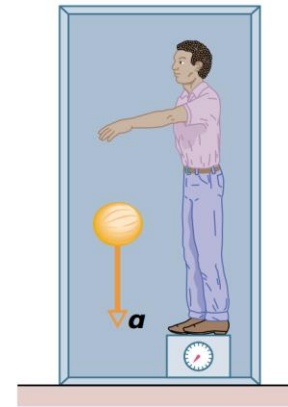
Newtonovy zákony - důsledky

Albert Einstein jednou vyprávěl:

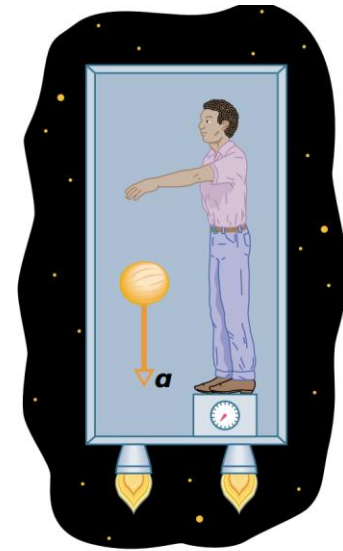
„Byl jsem... na patentovém úřadě v Bernu a najednou mě napadla myšlenka:

»Bude-li osoba padat volným pádem, nebude pociťovat vlastní váhu.« Bylo to překvapení. Tato jednoduchá myšlenka na mě hluboce zapůsobila. A to mě dovedlo až k teorii gravitace.“

- (a) Fyzik zavřený ve skříni, která stojí v klidu na Zemi, vidí padat meloun se zrychlením $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- (b) Pokud bude skříň i s ním urychlována se zrychlením g , bude mít meloun vzhledem k němu stejné zrychlení jako v případě (a). Není tedy možné, aby jen na základě takovýchto experimentů prováděných uvnitř skříně mohl fyzik říci, v jaké situaci se nachází. Např. váha, na které stojí, ukazuje v obou případech stejný údaj.



(a)



(b)

Zdroj - Halliday

Rotující s.s. - transformace

čárkovaná s.s. rotuje konstantní úhlovou rychlostí ω

(v čase $t = 0$ oba s.s. splývají)

poloha:

polární souřadnice: kartézské souřadnice:

$$r' = r$$

$$x = r \cos \varphi$$

$$\varphi' = \varphi - \vartheta$$

$$y = r \sin \varphi$$

$$x' = r' \cos \varphi' = r \cos (\varphi - \vartheta)$$

$$y' = r' \sin \varphi' = r \sin (\varphi - \vartheta)$$

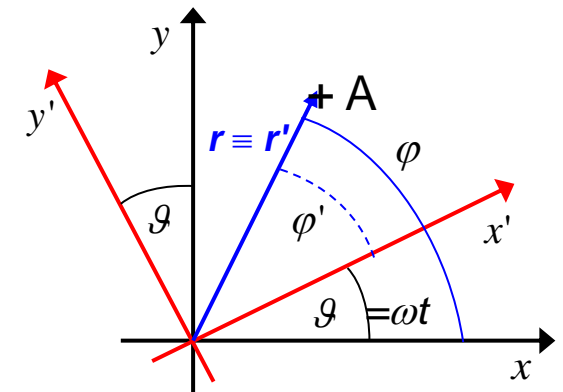


$$x' = x \cos \vartheta + y \sin \vartheta$$

$$y' = -x \sin \vartheta + y \cos \vartheta \quad \xrightarrow{\vartheta(t) = \omega t}$$

Transformační vztahy:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \omega t + y \sin \omega t \\ y' &= -x \sin \omega t + y \cos \omega t \\ z' &= z \end{aligned}$$



Obecná transformace:

$$x'_i = a_{ij} x_j \quad (i = 1, 2, 3)$$

počet rovnic, počet členů?

Směrové kosiny: $a_{ij} = \cos \alpha_{ij}$

Podm. ortogonality: $a_{ik} a_{jk} = \delta_{ij}$

Kroneckerův symbol: $i = j \rightarrow \delta_{ij} = 1$

$i \neq j \rightarrow \delta_{ij} = 0$

Pro jednotkové vektory: $\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = \delta_{ij}$

3. Pohyb v otáčivé s.s. (viz např Havránek)

Derivací rovnic 1(3.5) podle času dostaneme složky rychlosti a zrychlení hmotného bodu v obou soustavách

$$v'_1 = v_1 \cos \omega t + v_2 \sin \omega t + \omega(-x_1 \sin \omega t + x_2 \cos \omega t),$$

$$v'_2 = -v_1 \sin \omega t + v_2 \cos \omega t - \omega(x_1 \cos \omega t + x_2 \sin \omega t),$$

$$v'_3 = v_3;$$

$$a'_1 = a_1 \cos \omega t + a_2 \sin \omega t + 2\omega(-v_1 \sin \omega t + v_2 \cos \omega t) - \omega^2(x_1 \cos \omega t + x_2 \sin \omega t),$$

$$a'_2 = -a_1 \sin \omega t + a_2 \cos \omega t - 2\omega(v_1 \cos \omega t + v_2 \sin \omega t) - \omega^2(-x_1 \sin \omega t + x_2 \cos \omega t),$$

$$a'_3 = a_3.$$

úpravou:

$$v'_1 = -\omega'x'_2 + (v_1 \cos \omega t + v_2 \sin \omega t),$$

$$v'_2 = +\omega'x'_1 + (-v_1 \sin \omega t + v_2 \cos \omega t),$$

$$v'_3 = v_3;$$

$$a'_1 = \omega'^2x'_1 - 2\omega'v'_2 + (a_1 \cos \omega t + a_2 \sin \omega t),$$

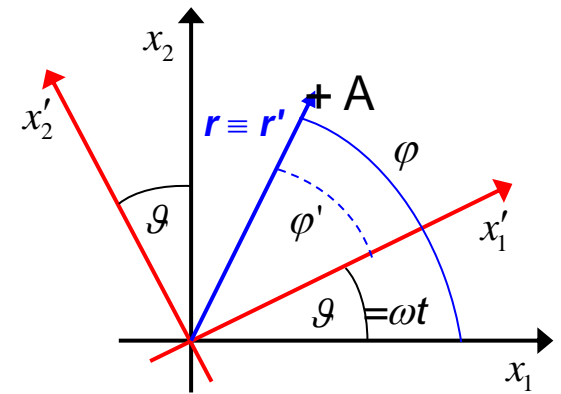
$$a'_2 = \omega'^2x'_2 + 2\omega'v'_1 + (-a_1 \sin \omega t + a_2 \cos \omega t),$$

$$a'_3 = a_3.$$

Členy $\omega'^2x'_1$, $\omega'^2x'_2$ jsou složkami *odstředivého zrychlení*, členy $-2\omega'v'_2$, $2\omega'v'_1$ jsou složkami *Coriolisova zrychlení* (Gaspard CORIOLIS, 1792–1843).

$$\mathbf{a}_C = 2[\boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{v}'] = -2[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}'].$$

Coriolisovo zrychlení je *kolmé* jak na vektor úhlové rychlosti $\boldsymbol{\omega}'$ (směr rotační osy), tak na rychlost \mathbf{v}' hmotného bodu v *rotující* soustavě.



Transformační vztahy:

$$x'_1 = x_1 \cos \omega t + x_2 \sin \omega t$$

$$x'_2 = -x_1 \sin \omega t + x_2 \cos \omega t$$

$$x'_3 = x_3$$

pozn.: vektor \mathbf{r} i souřadnice bodu A se transformují podle stejných vztahů

3. Pohyb v otáčivé s.s. – časové derivace v otáčivé ss (ozn. d')

Změna polohového vektoru bodu P, pro pozorovatele v i.s.s:

$$\boxed{\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u} = \vec{v} - \vec{\omega} \times \vec{r}} \quad \text{kde } \vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \text{ tedy } \boxed{\frac{d'\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{\omega} \times \vec{r}} \quad \text{tj. } d'\vec{r} = d\vec{r} - (\vec{\omega} \times \vec{r}) dt$$

tj. **časové derivace téhož vektoru v různých s.s. se liší !!**

Vztahy platí pro časové změny **libovolného** vektoru \vec{A} ! tedy:
$$\boxed{\frac{d'\vec{A}}{dt} = \frac{d\vec{A}}{dt} - \vec{\omega} \times \vec{A}}$$

tedy pro rychlost v NSS:
$$\frac{d'\vec{v}'}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} - \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

Tedy zrychlení v n.s.s.:

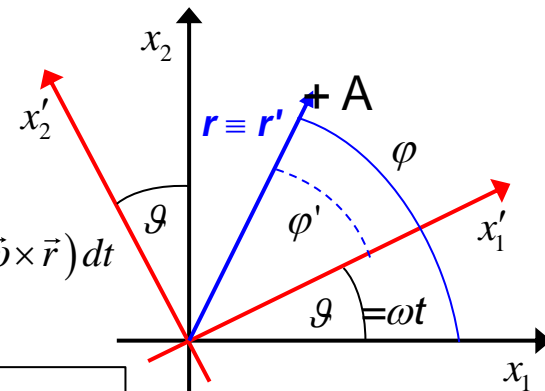
$$\vec{a}' = \frac{d'\vec{v}'}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} - \vec{\omega} \times \vec{v}' = \frac{d}{dt} (\vec{v} - \vec{\omega} \times \vec{r}) - \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$= \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right) - \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} - \vec{\omega} \times \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) - \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$= \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} - \vec{\omega} \times (\vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}) - \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$= \frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{\varepsilon} \times \vec{r} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$= \vec{a} + \vec{a}_\varepsilon + \vec{a}_o + \vec{a}_c$$



$$\boxed{\mathbf{F}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_\varepsilon^* + \mathbf{F}_o^* + \mathbf{F}_c^*}$$

Otačivá s.s. → skutečná síla + **3 setrvačné síly**

3. Pohyb v otáčivé s.s. - pokr.

$$\mathbf{F}' = m\vec{a}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_\varepsilon^* + \mathbf{F}_o^* + \mathbf{F}_c^* \quad \text{síla působící v otáčivé s.s.}$$

$$\mathbf{F} = m\vec{a} \quad \text{skutečná síla v i.s.s.}$$

$$\mathbf{F}_\varepsilon^* = -m\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r} \quad \text{síla v důsl. zrychleného rotačního pohybu ($=|F_t|$), Eulerova síla}$$

$$\mathbf{F}_o^* = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = -m\omega^2 r \cdot \mathbf{n} \quad \text{odstředivá síla ($=|F_d|$)}$$

$$\mathbf{F}_c^* = -2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' \quad \text{Coriolisova síla}$$

F^* = setrvačné síly (jsou geometrického původu, nemají původ ve vzájemném působení těles)
- **neexistují reakce k těmto silám**

Účinkem setrvačných sil se pohybují všechna tělesa se stejným zrychlením

Např. – **odstředivá síla působí v NSS zatímco odstředivá síla v ISS** (nesměšovat!! formálně jsou obě stejně veliké, opačně orientované)

Řešení úloh: pracujeme buď ISS nebo naopak v NSS, pak musíme zahrnout setrvačné síly
(vnější × vnitřní pozorovatel)

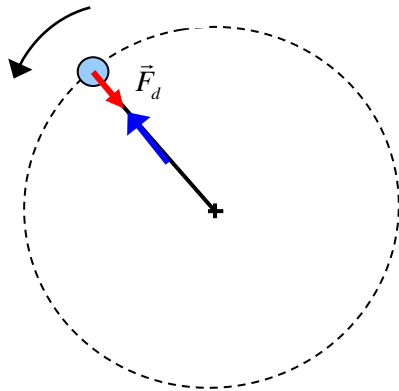
Př.: rotace h.b. na kolotoči, pohyb po Z (tíhové zrychlení, $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$), Coriolisovy síly, Foucaultovo kyvadlo

Př.: cykloida, kladka, kónické kyvadlo (regulátor otáček)

Newtonovy pohybové rce v základním tvaru platí jen v ISS; v NSS je třeba do vztahů doplnit setrvačné síly!

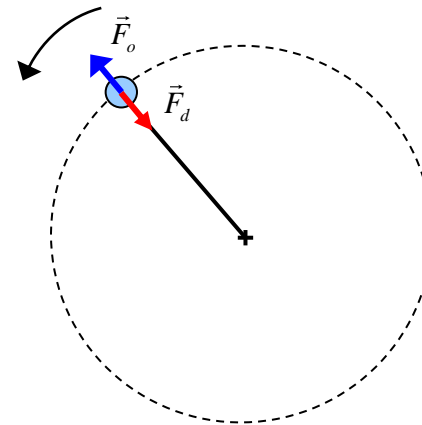
Ilustrační příklad - kulička na provázku (jízda na kolotoči), pohyb v grav.poli

pohled z ISS



dostředivá síla (způsobuje pohyb tělesa po zakřivené dráze v ISS):
tah provázku na kuličku, kompenzována
tahem kuličky na provázek \Rightarrow akce a reakce

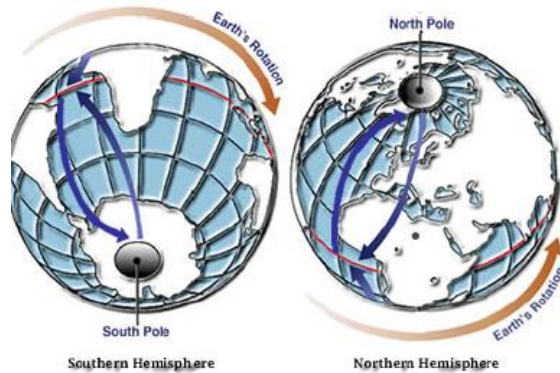
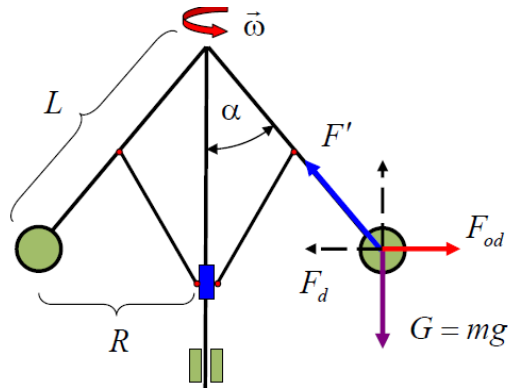
pohled z NSS



$$\vec{F}_o = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \rightarrow m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$$

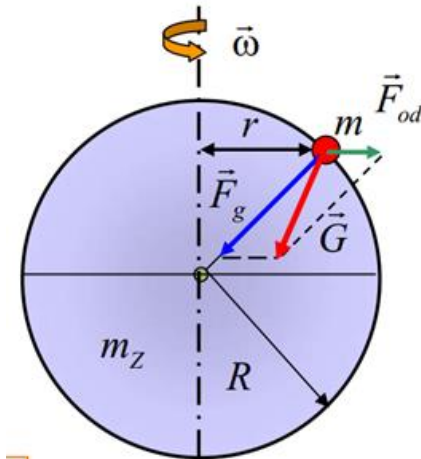
odstředivá síla: napíná provázek z hlediska pozorovatele v NSS, kompenzována tahem provázku upevněného v ose rotace, obě působí na kuličku \Rightarrow nejde o akci a reakci, viz též stav beztíže

Př.: kónické kyvadlo, odstředivý regulátor,
Coriolisovy síly v atmosféře



Ot.: kdy je setrvačná odstředivá nebo
Coriolisova síla „zdánlivá, fiktivní“?

Změna tíhového zrychlení rotací Země
(odstředivé zrychlení v Praze: $a = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ ms}^{-2} = 0,0026 \text{ g}$)

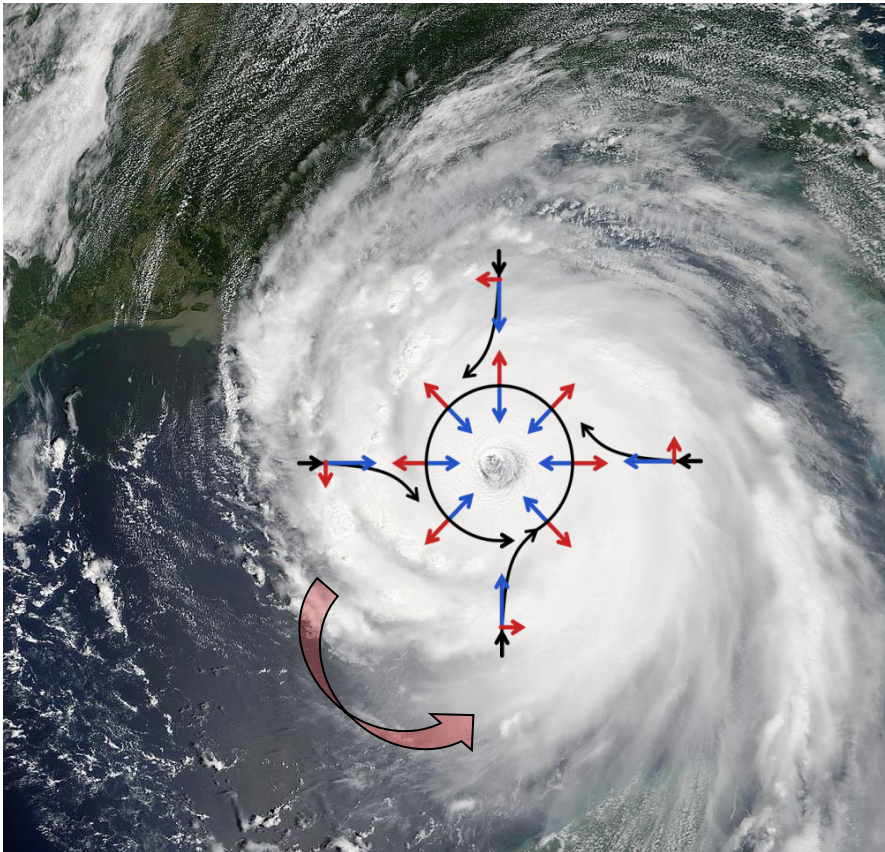


Coriolisova síla je podstatná při pohybu v
rychle rotujících soustavách a při pohybu
rychle se pohybujících hmotných těles
(střely, rakety)

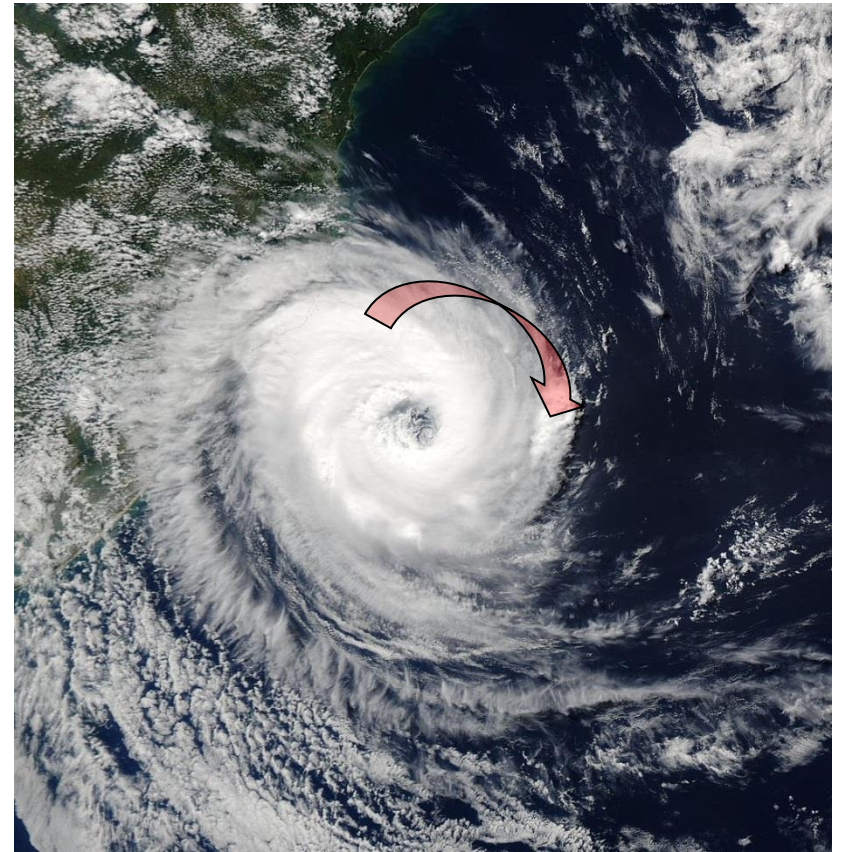
- Na rotující ploše (výstřel, basket...)
- Na zemském povrchu, $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
- Foucaultovo kyvadlo: rov.kyvu se stočí
o $2\pi \sin\varphi$ za den ($\varphi = \text{s.š.}, \text{j.š.}$)
- Balistika, námořní děla
- Turbíny, kompresory
- Vodní toky

Coriolisova síla

hurikán severním Atlantiku



v jižním Atlantiku



Schematicky proudění vzduchu okolo tlakové níže na sev. polokouli, rozdíl tlaků - modré šipky, Coriolisova síla (vždy kolmá na rychlost) – červené šipky, proudění – černé šipky zdroj wikipedia

Další veličiny

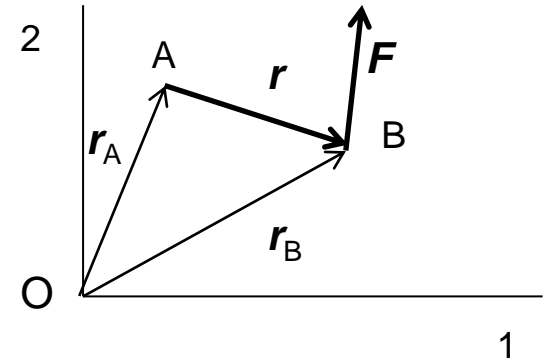
Hybnost: $\vec{p} = m\vec{v}$ (charakterizuje translační pohyb tělesa)

Momenty: síly
hybnosti

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = (\vec{r}_B - \vec{r}_A) \times \vec{F}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = (\vec{r}_B - \vec{r}_A) \times m\vec{v}$$

(charakteristika rotačních pohybů)



Impuls síly:
(časový účinek síly)

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t \rightarrow \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \Delta t_i \rightarrow \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$

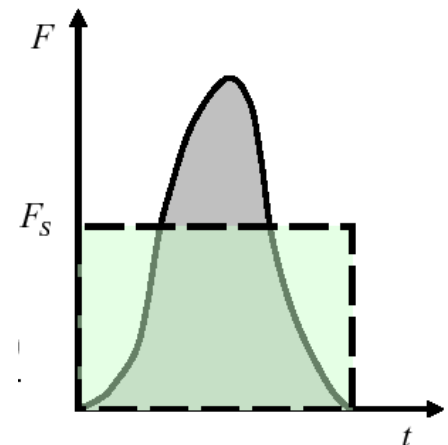
změna hybnosti h.b. = impulsu síly vykonaného na h.b.:

Průměrná síla:
(např. stření nárazová síla,
střední zrychlení)

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \langle \vec{a} \rangle$$

Pozn. platí obecně – **střední hodnota** fyzikální veličiny v :

$$\langle v \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v dt$$



Další veličiny

Zákon zachování hybnosti soustavy dvou h.b., na které nepůsobí žádné vnější síly:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \quad \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}, \quad \frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const}}$$

Pohybová rovnice pro rotační pohyby – na h.b. působí moment síly :

$$\text{Odvození: } \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

\Rightarrow Zachování momentu hybnosti: nepůsobí-li na h.b. (těleso) **vnější moment sil**, **moment hybnosti se zachovává** (to platí i pro 2 izolované h.b.), tedy

$$\text{pokud } \vec{M} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{L} = \overline{\text{const}}$$

Důležitá poznámka:

Experiment \Rightarrow uvedené ZZ hybnosti a momentu hybnosti nejsou ve skutečnosti důsledkem 3. NZ, ba právě naopak:

- ZZ hybnosti a momentu hybnosti platí i mimo rámec klasické mechaniky (QM)
- a pokud platí předpoklady klas. mechaniky, je důsledkem těchto zákonů 3.NZ

Translační × Rotační pohyb - analogie

translace

dráha x, s

rychlost $v = \frac{ds}{dt}, \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

zrychlení $a_t = \frac{dv}{dt}, \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

hybnost $\vec{p} = m\vec{v}$

síla \vec{F}

pohyb.rce $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

hmotnost m

kin. energie $E_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}mv^2$

1. imp.věta $\vec{F}^E = \frac{d\vec{P}}{dt}$

rotace

úhel $\varphi, \vec{\varphi}$

úhlová rychlost $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

úhlové zrychlení $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \vec{\varepsilon} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$

moment hybnosti $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

moment síly $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

pohyb.rce $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

moment setrvačnosti J

kin. energie $E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$

2. imp.věta $\vec{M}^E = \frac{d\vec{L}}{dt}$